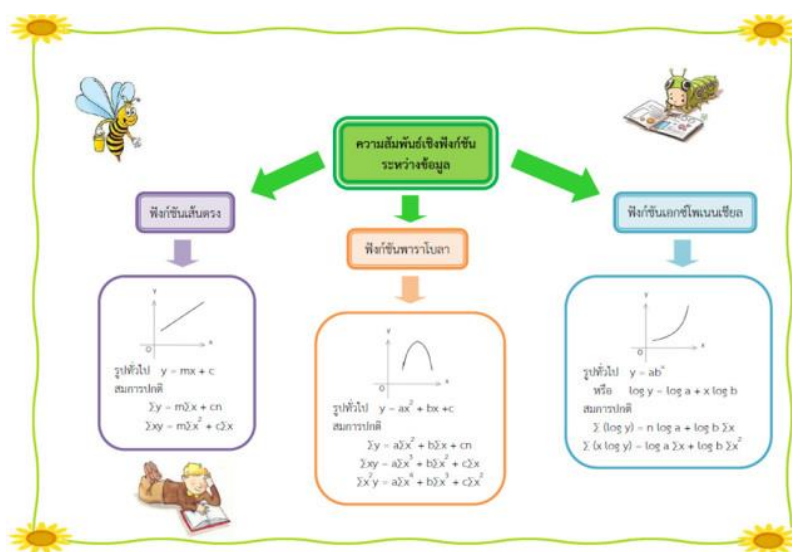


เอกสารประกอบการเรียนการสอน  
รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค33202  
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล



ครูผู้สอน นางอภิษฎา มีทอง

โรงเรียนราชประชาสถาลัย ฝ่ายมัธยม รัชดาภิเษก  
ในพระบรมราชูปถัมภ์

## ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

ในบทนี้ เราจะศึกษาเกี่ยวกับการสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของสองสิ่ง พร้อมทำนายค่าของสิ่งของสิ่งหนึ่งเมื่อทราบค่าของสิ่งของอีกสิ่งหนึ่งที่เหลืออยู่ที่สิ่งของที่เราทราบค่านั้นต่อไป จะเรียกว่า “ตัวแปรอิสระ” และสิ่งของที่ถูกทำนายนั้น (ค่าที่จะหา) “ตัวแปรตาม” จะเรียกว่าและสมการที่เราจะศึกษานี้เป็นสมการที่เมื่อกำหนดค่าตัวแปรอิสระให้ 1 ค่า แล้วจะก่อให้เกิดค่าตัวแปรเดียวเท่านั้น (ซึ่งลักษณะเช่นนี้ตรงกับนิยามของฟังก์ชัน) ฉะนั้น จึงเรียกสมการที่เราจะศึกษา “ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล”

### 1. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

ในการสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลส่วนมากนิยมใช้

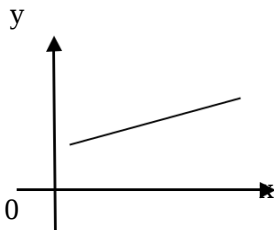
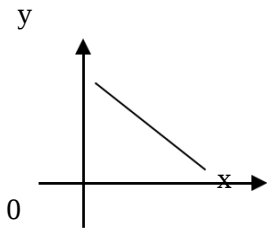
$x$  แทนตัวแปรอิสระ และ  $y$  แทนตัวแปรตาม

และข้อมูลที่เราสร้างสมการความสัมพันธ์จะต้องประกอบด้วยค่าจากการสังเกตเป็นจำนวน มากพอสมควร ซึ่งควรมีตั้งแต่ 8 ค่าขึ้นไป เพราะหาค่าจากการสังเกตมีจำนวนน้อยแล้ว สมการที่ ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลของ 2 ตัวแปร อาจจะไม่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง กล่าวคืออาจจะมีค่าผิดพลาดจากการทำนายตัวแปรตามจากสมการคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไปมาก

### 2. ชนิดของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

โดยทั่วไป ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัว แบ่งออกเป็น 2 ชนิด

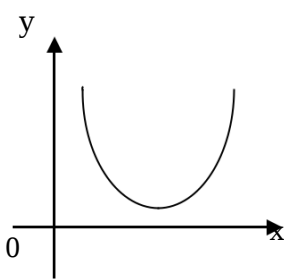
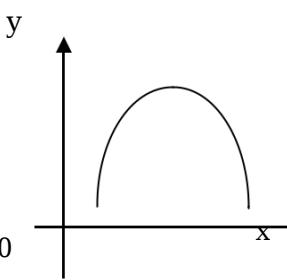
#### 2.1 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรง

| มีรูปสมการทั่วไปเป็น $y = mx + c$                                                                                                                                                               | และมีรูปกราฟคร่าวๆ ดังนี้                                                            |                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>โดยที่ <math>x</math> เป็นตัวแปรอิสระ</p> <p><math>y</math> เป็นตัวแปรตาม</p> <p><math>m</math> เป็นความชันของเส้นตรง</p> <p><math>c</math> เป็นค่าคงตัวและเป็นระยะตัดแกน <math>y</math></p> |  |  |

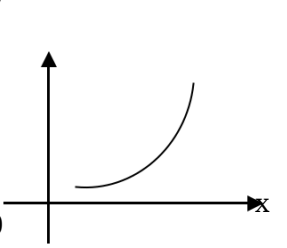
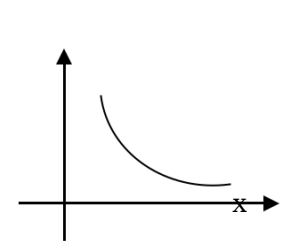
#### 2.2 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่ไม่เป็นเส้น(โค้ง)ตรงแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

- ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นพาราโบลา
- ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียล

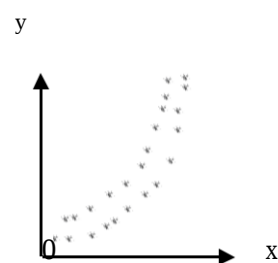
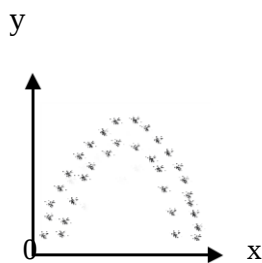
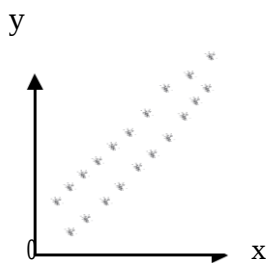
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นพาราโบลาที่มีรูปสมการทั่วไปเป็นดังนี้

| มีรูปสมการทั่วไปเป็น $y = ax^2 + bx + c$                                                 | และมีรูปกราฟคร่าวๆดังนี้                                                           |                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| โดยที่ $x$ เป็นตัวแปรอิสระ<br>$y$ เป็นตัวแปรตาม<br>$a, b, c$ เป็นค่าคงตัว ที่ $a \neq 0$ |  |  |

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียล

| มีรูปสมการทั่วไปเป็น $y = ab^x$                                                       | และมีรูปกราฟคร่าวๆดังนี้                                                            |                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| โดยที่ $x$ เป็นตัวแปรอิสระ<br>$y$ เป็นตัวแปรตาม<br>$a, b$ เป็นค่าคงตัว โดยที่ $b > 0$ |  |  |

### 3.แผนภาพการกระจาย



## ใบกิจกรรมที่ 1

นักวิจัยสุ่มตัวอย่างสอบถามกำไร และค่าใช้จ่ายการทำวิจัยของบริษัท 5 บริษัท ได้ข้อมูลดังนี้

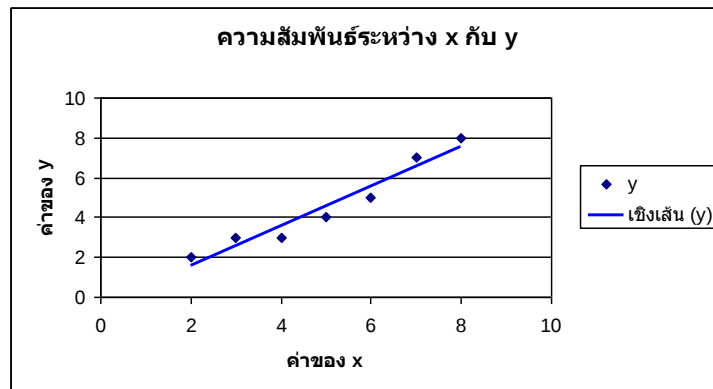
| บริษัทที่                                  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
|--------------------------------------------|----|----|----|----|----|
| กำไร(ล้านบาท) : $y$                        | 40 | 40 | 40 | 50 | 30 |
| ค่าใช้จ่ายในการทำวิจัย<br>(หมื่นบาท) : $x$ | 60 | 50 | 30 | 50 | 40 |

จงเขียนแผนภาพการกระจาย

## ใบกิจกรรมที่ 2

ตัวอย่างที่ 1 จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้ จงเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |



เป็นลักษณะเส้นตรง

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

|   |    |    |   |   |   |   |   |   |    |
|---|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| x | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  |
| y | 14 | 10 | 6 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |

ตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

|   |   |     |   |     |   |     |    |     |    |
|---|---|-----|---|-----|---|-----|----|-----|----|
| x | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4  | 4.5 | 5  |
| y | 2 | 3   | 4 | 6   | 8 | 12  | 16 | 22  | 30 |

### แบบฝึกหัดที่ 3.1

จงเขียนแผนภาพการกระจาย

1.

|                               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| คะแนนวิชาคณิตศาสตร์( $y_i$ )  | 18 | 12 | 25 | 21 | 16 | 15 | 27 | 17 | 20 | 16 |
| คะแนนวิชาวิทยาศาสตร์( $x_i$ ) | 19 | 12 | 24 | 20 | 15 | 16 | 28 | 14 | 20 | 20 |

2.

|                         |    |    |   |   |   |   |   |   |    |
|-------------------------|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| เวลาเป็นวินาที( $x_i$ ) | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  |
| จำนวนแบคทีเรีย( $y_i$ ) | 14 | 10 | 6 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |

3

|                             |   |     |   |     |   |     |    |     |    |
|-----------------------------|---|-----|---|-----|---|-----|----|-----|----|
| ดัชนีหุ้นหลักทรัพย์ ( $y$ ) | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4  | 4.5 | 5  |
| จำนวนวัน ( $x$ )            | 2 | 3   | 4 | 6   | 8 | 12  | 16 | 22  | 30 |

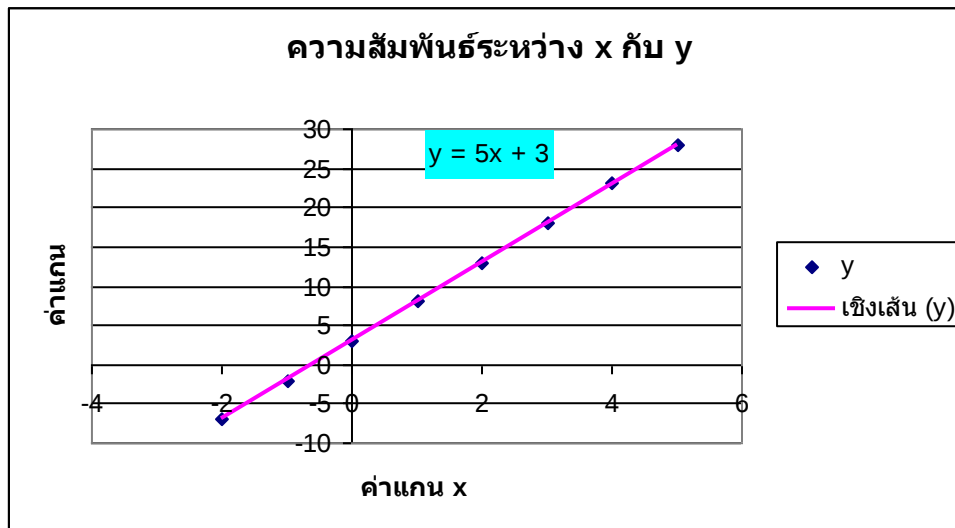
## เอกสารประกอบการเรียนรู้ ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

### สมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันในแบบต่างๆ

#### 1. สมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเส้นตรง

มีสมการเป็น  $y = mx + c$

เมื่อ  $m$  คือตัวแปรตาม และ  $x$  คือตัวแปรอิสระ  $c$  คือความชัน และ  $y$  คือระยะห่างจากจุด (0,0) ไปยังที่กราฟตัดแกน  $y$  เช่น  $y = 5x + 3, m = 5, c = 3$



การที่เราจะสร้างสมการ  $y = mx + c$  ,มีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัวคือ  $m$  กับ  $c$  จึงต้องหาสมการปกติของเส้นตรงคือ

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

## 2. สมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปพาราโบลา

สมการรูปทั่วไปของพาราโบลา คือ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a \neq 0$  ,  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัว

$a$  เป็นตัวแปรอิสระ และ  $b$  เป็นตัวแปรตาม หาค่า  $a$  ,  $b$  และ  $c$  ได้จากสมการปกติ คือ

$$\sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 \dots \dots \dots (3)$$

## 3. สมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเอกซ์โพเนนเชียล

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปเอกซ์โพเนนเชียลจะมีสมการรูปทั่วไปคือ  $y = ab^x$  ,  $a \neq 0$  ,  $b > 0$  และ  $b \neq 1$

$a$  เป็นตัวแปรอิสระ  $b$  เป็นตัวแปรตาม เพื่อให้สะดวกในการคำนวณ

จะเปลี่ยนรูปของสมการใหม่โดยการใส่  $\log$  เข้าทั้งสองข้าง จะได้รูปของสมการเป็น

$$\log y = \log(ab^x) \text{ ซึ่งจะได้ } \log y = \log a + x \log b$$

มีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัวคือ  $\log a$  กับ  $\log b$  ซึ่งหาได้จากสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i + n \log a \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\log a) \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

### แบบฝึกหัดที่ 3.2

กำหนดความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังตาราง

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| y | 8 | 6 | 4 | 3 | 3 | 0 |

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายข้อมูล
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี  $y$  เป็นตัวแปรตาม
3. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี  $y$  เป็นตัวแปรอิสระ
4. จงทำนายค่า  $y$  เมื่อ  $x = 3$
5. จงทำนายค่า  $x$  เมื่อ  $y = 1$

### แบบฝึกหัดที่ 3.3

จากตารางข้อมูลต่อไปนี้ มีความสัมพันธ์คือ  $y = ay^a$  จงหาค่า  $a$  เมื่อ  $a = 5$

|   |      |     |    |   |
|---|------|-----|----|---|
| X | 1    | 2   | 3  | 4 |
| y | 1000 | 100 | 10 | 1 |

### แบบฝึกหัดที่ 3.4

จากข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ ถ้าข้อมูล  $\square_{\square}$  และ  $\square_{\square}$  สัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นแบบพาราโบลา จงหาค่า  $y$  เมื่อ

$$x = 10$$

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| X | 1 | 2 | 3  |
| y | 2 | 5 | 10 |

## เอกสารประกอบการเรียนรู้ ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

### ข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

ได้แก่ข้อมูลซึ่งแต่ละค่าของข้อมูลเกิดขึ้นตามช่วงเวลา โดยทั่วไปแล้วมักจะเป็นช่วงเวลาเท่ากัน ดังนั้นข้อมูลที่เกิดขึ้นจะต้องมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา

ถ้าให้ข้อมูลที่สนใจศึกษาคือ  $y$  และระยะเวลาคือ  $x$  จะได้ความสัมพันธ์คือ  $y = f(x)$   
เมื่อ  $x$  คือตัวแปรอิสระ และ  $y$  คือตัวแปรตาม

การแทนค่า  $x$  ในเรื่องของเวลา

- ถ้าจำนวนเวลาเป็นจำนวนคี่ ให้แทนค่าเวลาด้วยค่า  $x$  ดังนี้
- ถ้าจำนวนเวลาเป็นจำนวนคู่ ให้แทนค่าเวลาด้วยค่า  $x$  ดังนี้

จำนวนคู่

| พ.ศ. | x  |
|------|----|
| 2510 | -7 |
| 2511 | -5 |
| 2512 | -3 |
| 2513 | -1 |
| 2514 | 1  |
| 2515 | 3  |
| 2516 | 5  |
| 2517 | 7  |

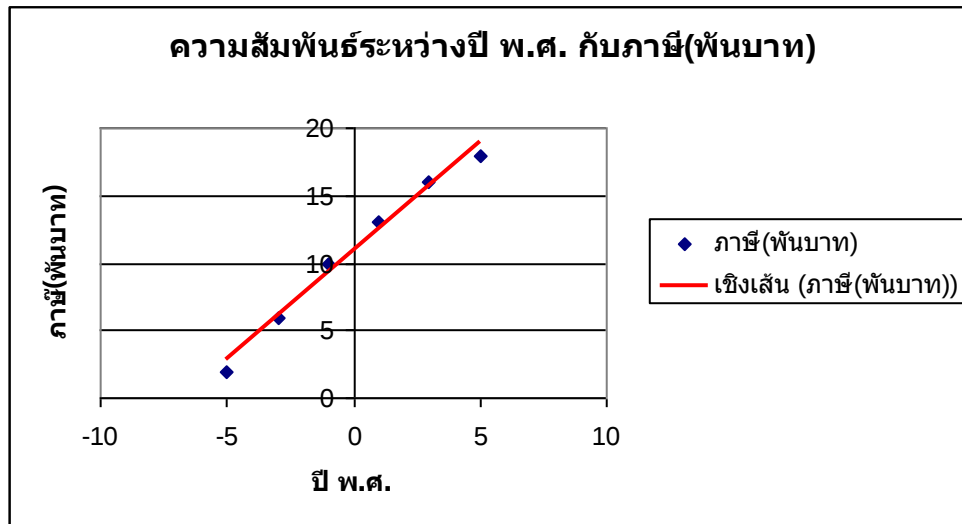
จำนวนคี่

| พ.ศ. | x  |
|------|----|
| 2510 | -3 |
| 2511 | -2 |
| 2512 | -1 |
| 2513 | 0  |
| 2514 | 1  |
| 2515 | 2  |
| 2516 | 3  |

ตัวอย่าง ข้อมูลต่อไปนี้แสดงจำนวนภาษีที่บริษัทแห่งหนึ่งต้องชำระให้แก่กรมสรรพากรตั้งแต่ปี พ.ศ. 2529 – 2534

| พ.ศ.         | 2529 | 2530 | 2531 | 2532 | 2533 | 2534 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|
| ภาษี(พันบาท) | 2    | 6    | 10   | 13   | 16   | 18   |

ก. จงเขียนแผนภาพการกระจาย



- ข. จงทำนายภาษีที่บริษัทแห่งนี้ต้องชำระให้แก่กรมสรรพากรในปี พ.ศ. 2535 และ พ.ศ.2540  
ความสัมพันธ์มีลักษณะเส้นตรงมีสมการรูปทั่วไปคือ  $y = mx + c$  หา  $m$  กับ  $c$  จากสมการ

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

| พ.ศ. | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|------|-------|-------|---------|-----------|
| 2529 | -5    | 2     | 25      | -10       |
| 2530 | -3    | 6     | 9       | -18       |
| 2531 | -1    | 10    | 1       | -10       |
| 2532 | 1     | 13    | 1       | 13        |
| 2533 | 3     | 16    | 9       | 48        |
| 2534 | 5     | 18    | 25      | 90        |
|      |       | 65    | 70      | 113       |

สมการรูปทั่วไปคือ  $y = mx + c$

แทนค่า  $65 = 0 + 6c \dots \dots \dots (1)$

$113 = 70m + 0 \dots \dots \dots (2)$

$c = 10.83$

$m = 1.61$

สมการรูปทั่วไปคือ  $y = 1.61x + 10.83$

ภาษีที่บริษัทแห่งนี้ต้องชำระให้แก่กรมสรรพากรในปี พ.ศ. 2535 และ 2540 แทนค่า

$x = 7, y = 1.61(7) + 10.83 = 22.1$

$x = 15, y = 1.61(15) + 10.83 = 34.98$

|  |                                                                |  |
|--|----------------------------------------------------------------|--|
|  | <b>ใบกิจกรรมที่ 3</b>                                          |  |
|  | <b>ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา</b> |  |

ข้อมูลแสดงจำนวนรถยนต์ที่บริษัทแห่งหนึ่งขายได้ (หน่วยเป็นร้อยคัน) ในช่วงปี พ.ศ.2536 ถึงปี พ.ศ.2540

| พ.ศ.                 | 2536 | 2537 | 2538 | 2539 | 2540 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| จำนวนรถยนต์(ร้อยคัน) | 5    | 8    | 12   | 15   | 20   |

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างปีพ.ศ. กับจำนวนรถยนต์ที่ขายได้ มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบสมการเส้นตรงแล้ว จงทำนายจำนวนรถยนต์ที่จะขายได้ในปี พ.ศ.2543

| พ.ศ. | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|------|-------|-------|---------|-----------|
| 2536 |       |       |         |           |
| 2537 |       |       |         |           |
| 2538 |       |       |         |           |
| 2539 |       |       |         |           |
| 2540 |       |       |         |           |
|      |       |       |         |           |

ความสัมพันธ์มีลักษณะเส้นตรงมีสมการรูปทั่วไปคือ  $y = mx + c$  หา m กับ c จากสมการ

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

แทนค่า จะได้  $\dots \dots \dots = \dots \dots \dots (1)$

$\dots \dots \dots = \dots \dots \dots (2)$

$\dots \dots \dots$   
 $\dots \dots \dots$   
 $\dots \dots \dots$

สมการรูปทั่วไปคือ  $y = mx + c$

$\dots \dots \dots$

ปี พ.ศ.2543 แทนค่า  $y = \dots \dots \dots x = \dots \dots \dots$

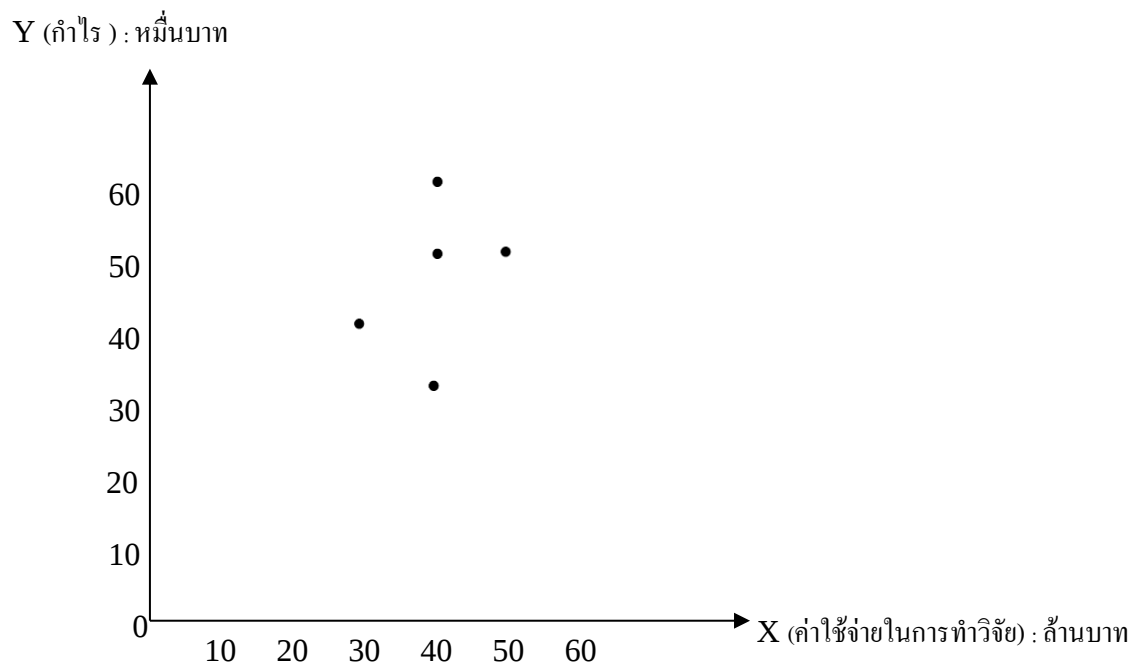
### แบบฝึกหัดที่ 3.5

สถิติจำนวนประชากรของตำบลหนึ่งตั้งแต่ปี 2530-2538 เป็นดังนี้

| พ.ศ.         | 2530 | 2532 | 2534 | 2536 | 2538 |
|--------------|------|------|------|------|------|
| จำนวน(พันคน) | 1    | 2    | 4    | 8    | 10   |

ถ้าประชากรมีความสัมพันธ์กับเวลาเป็นแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล แล้วจงทำนายว่าในปี 2542 ตำบลนี้มีประชากรกี่คน

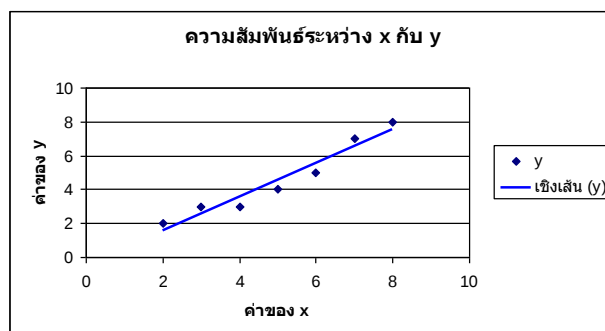
### เฉลยใบกิจกรรมที่ 1



## เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

ตัวอย่างที่ 1 จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้ จงเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์

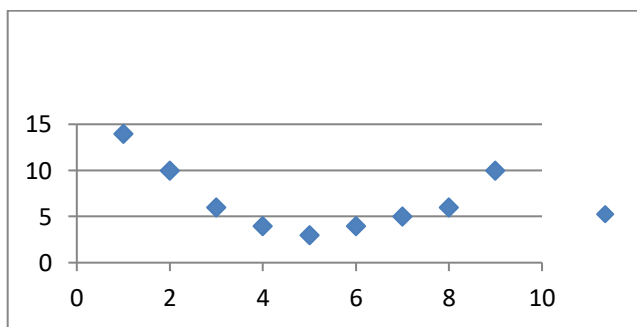
|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |



เป็นลักษณะเส้นตรง

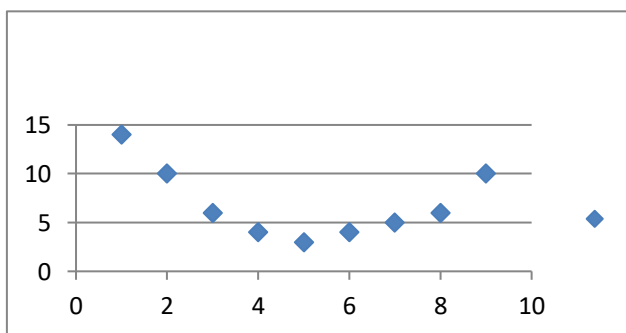
ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

|   |    |    |   |   |   |   |   |   |    |
|---|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| x | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  |
| y | 14 | 10 | 6 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |



ตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนเขียนแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

|   |   |     |   |     |   |     |    |     |    |
|---|---|-----|---|-----|---|-----|----|-----|----|
| x | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4  | 4.5 | 5  |
| y | 2 | 3   | 4 | 6   | 8 | 12  | 16 | 22  | 30 |



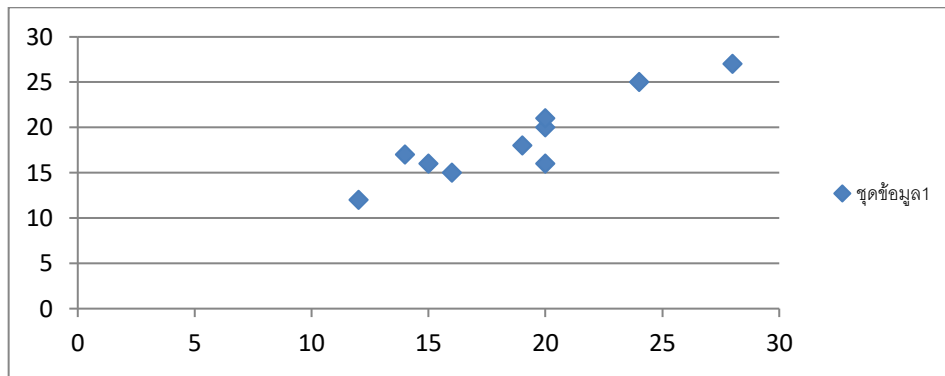
เป็นลักษณะเส้นโค้ง

### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.1

จงเขียนแผนภาพการกระจาย

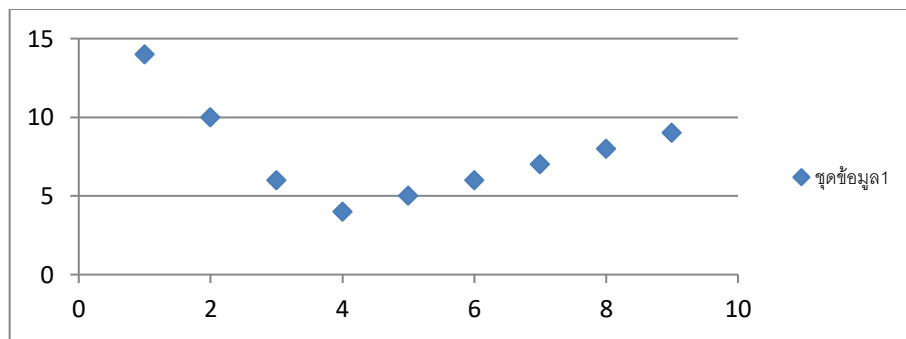
1.

|                               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| คะแนนวิชาคณิตศาสตร์( $y_i$ )  | 18 | 12 | 25 | 21 | 16 | 15 | 27 | 17 | 20 | 16 |
| คะแนนวิชาวิทยาศาสตร์( $x_i$ ) | 19 | 12 | 24 | 20 | 15 | 16 | 28 | 14 | 20 | 20 |



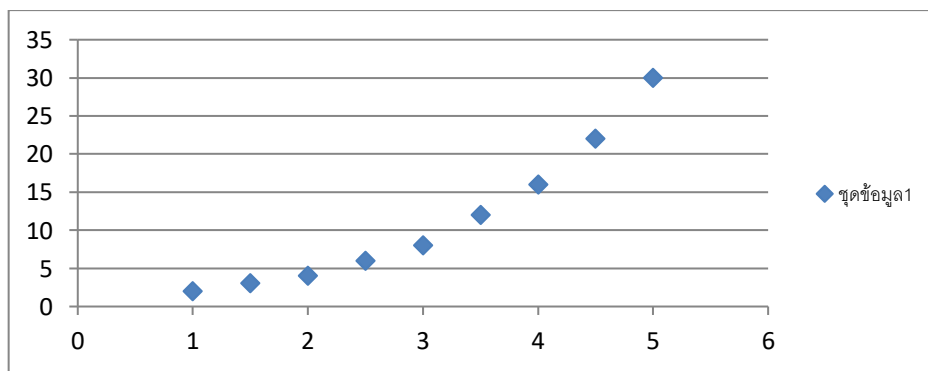
2.

|                         |    |    |   |   |   |   |   |   |    |
|-------------------------|----|----|---|---|---|---|---|---|----|
| เวลาเป็นวินาที( $x_i$ ) | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  |
| จำนวนแบคทีเรีย( $y_i$ ) | 14 | 10 | 6 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |



3.

|                             |   |     |   |     |   |     |    |     |    |
|-----------------------------|---|-----|---|-----|---|-----|----|-----|----|
| ดัชนีหุ้นหลักทรัพย์ ( $y$ ) | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4  | 4.5 | 5  |
| จำนวนวัน ( $x$ )            | 2 | 3   | 4 | 6   | 8 | 12  | 16 | 22  | 30 |

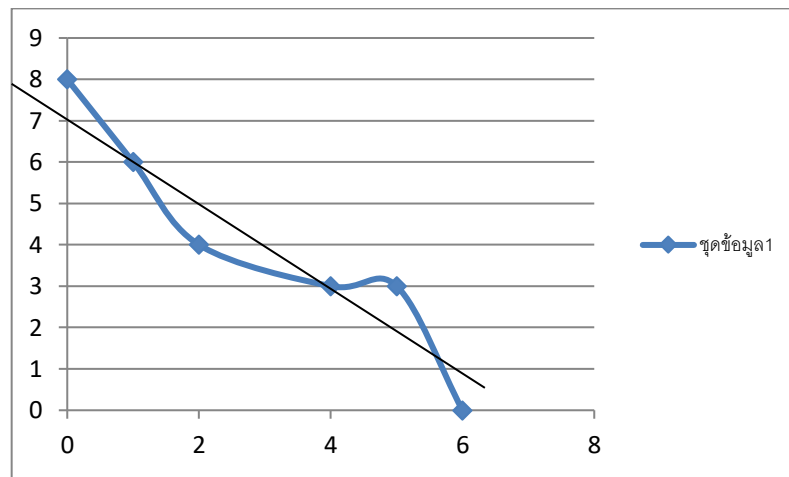


### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.2

กำหนดความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังตาราง

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| y | 8 | 6 | 4 | 3 | 3 | 0 |

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายข้อมูล



แผนภาพมีลักษณะเป็นเส้นตรง

2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี y เป็นตัวแปรตาม

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $y_i^2$ | $x_i y_i$ |
|-------|-------|---------|---------|-----------|
| 0     | 8     | 0       | 64      | 0         |
| 1     | 6     | 1       | 36      | 6         |
| 2     | 4     | 4       | 16      | 8         |
| 4     | 3     | 16      | 9       | 12        |
| 5     | 3     | 25      | 9       | 15        |
| 6     | 0     | 36      | 0       | 6         |
| 18    | 24    | 82      | 134     | 47        |

สมการทั่วไปคือ  $y = ax + b$

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn \quad \dots \dots \dots (1)$$

สมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \quad \dots \dots \dots (2)$$

แทนค่า จะได้  $24 = 18a + 6a \quad \dots \dots \dots (1)$

$$47 = 82\alpha + 18\alpha \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จะได้ } \alpha = -0.89, \alpha = 1.33$$

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \alpha = -0.89\alpha + 1.33$$

3. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี  $y$  เป็นตัวแปรอิสระ

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \alpha = \alpha\alpha + \alpha$$

$$\text{สมการปกติคือ } \sum_{i=1}^n x_i = m \sum_{i=1}^n y_i + cn \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n y_i^2 + c \sum_{i=1}^n y_i \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{แทนค่า จะได้ } 18 = 24\alpha + 6\alpha \dots\dots\dots(1)$$

$$47 = 134\alpha + 24\alpha \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จะได้ } \alpha = -0.66, \alpha = 5.64$$

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \alpha = -0.66\alpha + 5.64$$

4. จงทำนายค่า  $y$  เมื่อ  $\alpha = 3$

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \alpha = -0.89\alpha + 1.33$$

$$\alpha = 3, \alpha = -0.89(3) + 1.33 = -1.34$$

5. จงทำนายค่า  $x$  เมื่อ  $\alpha = 1$

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \alpha = -0.66\alpha + 5.64$$

$$\alpha = 1, \alpha = -0.66(1) + 5.64 = 4.98$$

ชื่อ.....เลขที่.....ห้อง.....

### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.3

1. จากตารางข้อมูลต่อไปนี้ มีความสัมพันธ์คือ  $y = ay^x$  จงหาค่า  $a$  เมื่อ  $x = 5$

|   |      |     |    |   |
|---|------|-----|----|---|
| X | 1    | 2   | 3  | 4 |
| y | 1000 | 100 | 10 | 1 |

เนื่องจากความสัมพันธ์เป็นเอกซ์โพเนนเชียลจะได้สมการรูปทั่วไปคือ

$\log y = \log a + x \log b$  หาค่า  $\log a$  และ  $\log b$  จากสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i + n \log a \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\log a) \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

| $x_i$ | $y_i$ | $\log y_i$ | $x_i^2$ | $x_i \log y_i$ |
|-------|-------|------------|---------|----------------|
| 1     | 1000  | 3          | 1       | 3              |
| 2     | 100   | 2          | 4       | 4              |
| 3     | 10    | 1          | 9       | 3              |
| 4     | 1     | 0          | 16      | 0              |
| 10    |       |            |         | 10             |

แทนค่า จะได้  $6 = 10 \log b + 4 \log a \dots \dots \dots (1)$

$10 = 30 \log b + 10 \log a \dots \dots \dots (1)$

$\log a = 4, \log b = -1$

$\log a = 4 - \log b$

เมื่อ  $\log b = 5, \log a = 4 - 5 = -1$

$a = 10^{-1} = 0.1$

2. จากข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ ถ้าข้อมูล  $\square_{\square}$  และ  $\square_{\square}$  สัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียลจงหาค่า  $y$  เมื่อ  $x = 10$  กำหนด  $\log 2 = 0.301$  ,  $\log 3 = 0.477$  ,  $\log 4.6 = 0.663$

|   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|----|
| X | 1 | 2 | 3 | 4  |
| y | 1 | 4 | 9 | 16 |

เนื่องจากความสัมพันธ์เป็นเอกซ์โพเนนเชียลจะได้สมการรูปทั่วไปคือ

$\log y = \log a + x \log b$  หาค่า  $\log a$  และ  $\log b$  จากสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i + n \log a \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\log a) \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

| $\square_{\square}$ | $\square_{\square}$ | $\log y_i$ | $x_i^2$ | $x_i \log y_i$ |
|---------------------|---------------------|------------|---------|----------------|
| 1                   | 1                   | 3          | 1       | 0              |
| 2                   | 4                   | 0.602      | 4       | 1.204          |
| 3                   | 9                   | 0.954      | 9       | 2.862          |
| 4                   | 16                  | 1.204      | 16      | 4.816          |
| 10                  |                     | 2.76       | 30      | 8.882          |

แทนค่า จะได้  $2.76 = 10\square\square\square\square + 4\square\square\square\square \dots \dots \dots (1)$

$8.882 = 30\square\square\square\square + 10\square\square\square\square \dots \dots \dots (1)$

$\log \square = -0.301, \square\square\square\square = 0.3964$

$\square\square\square\square = -0.301 + 0.3964\square$

เมื่อ  $\square = 10, \square\square\square\square = -0.301 + 0.3964(10)$

$= -0.301 + 3.964$

$= 3.663$

$\square = 10^{3.663}$

### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.4

จากข้อมูลในตารางที่กำหนดให้ ถ้าข้อมูล  $\square_{\square}$  และ  $\square_{\square}$  สัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นแบบพาราโบลา จงหาค่า  $y$  เมื่อ  $x = 10$

|   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| X | 1 | 2 | 3  |
| y | 2 | 5 | 10 |

เป็นสมการพาราโบลา  $y = ax^2 + bx + c$  หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ได้จากสมการปกติ

$$\sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 \dots \dots \dots (3)$$

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i^3$ | $x_i^4$ | $x_i y_i$ | $x_i^2 y_i$ |
|-------|-------|---------|---------|---------|-----------|-------------|
| 1     | 2     | 1       | 1       | 1       | 2         | 2           |
| 2     | 5     | 4       | 8       | 16      | 10        | 20          |
| 3     | 10    | 9       | 27      | 81      | 30        | 90          |
| 6     | 17    | 14      | 36      | 98      | 42        | 112         |

$$\text{แทนค่า จะได้ } 17 = 14a + 6b + 3c \dots \dots \dots (1)$$

$$42 = 36a + 14b + 6c \dots \dots \dots (2)$$

$$112 = 98a + 36b + 14c \dots \dots \dots (3)$$

$$a = 1, b = 0, c = 3$$

$$\text{สมการทั่วไปคือ } \square = \square^2 + 3$$

$$\text{เมื่อ } x = 10, \square = 10^2 + 3 = 103$$

**เฉลยใบกิจกรรมที่ 3**  
**ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา**

ข้อมูลแสดงจำนวนรถยนต์ที่บริษัทแห่งหนึ่งขายได้ (หน่วยเป็นร้อยคัน) ในช่วงปี พ.ศ.2536 ถึงปี พ.ศ.2540

| พ.ศ.                 | 2536 | 2537 | 2538 | 2539 | 2540 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| จำนวนรถยนต์(ร้อยคัน) | 5    | 8    | 12   | 15   | 20   |

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างปีพ.ศ. กับจำนวนรถยนต์ที่ขายได้ มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบสมการเส้นตรงแล้ว  
จงทำนายจำนวนรถยนต์ที่จะขายได้ในปี พ.ศ.2543

| พ.ศ. | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|------|-------|-------|---------|-----------|
| 2536 | -2    | 5     | 4       | -10       |
| 2537 | -1    | 8     | 1       | -8        |
| 2538 | 0     | 12    | 0       | 0         |
| 2539 | 1     | 15    | 1       | 15        |
| 2540 | 2     | 20    | 4       | 40        |
|      | 0     |       | 10      | 37        |

ความสัมพันธ์มีลักษณะเส้นตรงมีสมการรูปทั่วไปคือ  $y = mx + c$  หา m กับ c จากสมการ

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

แทนค่า จะได้  $55 = 0m + 5c \dots \dots \dots (1)$

$37 = 10m + 0c \dots \dots \dots (2)$

$C = 11$

$m = 3.7$

สมการรูปทั่วไปคือ  $y = 3.7x + 11$

ปี พ.ศ.2543 แทนค่า  $x = 5$   $y = 3.7(5) + 11 = 29.5$

จำนวนรถยนต์ที่จะขายได้ในปี พ.ศ.2543 เท่ากับ 2950 คัน

### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.5 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

สถิติจำนวนประชากรของตำบลหนึ่งตั้งแต่ปี 2530-2538 เป็นดังนี้

| พ.ศ.         | 2530 | 2532 | 2534 | 2536 | 2538 |
|--------------|------|------|------|------|------|
| จำนวน(พันคน) | 1    | 2    | 4    | 8    | 10   |

ถ้าประชากรมีความสัมพันธ์กับเวลาเป็นแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล แล้วจงทำนายว่าในปี 2542 ตำบลนี้มีประชากรจำนวนกี่คน กำหนด  $\log 2 = 0.301$  ,  $\log 3 = 0.477$  ,  $\log 4.6 = 0.663$

เนื่องจากความสัมพันธ์เป็นเอกซ์โพเนนเชียลจะได้สมการรูปทั่วไปคือ

$0000 = 0000 + 0000$  หาค่า  $\log a$  และ  $\log b$  จากสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i + n \log a \dots \dots \dots (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \log y_i = (\log b) \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\log a) \sum_{i=1}^n x_i \dots \dots \dots (2)$$

| พ.ศ. | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $\log y_i$ | $x_i \log y_i$ |
|------|-------|-------|---------|------------|----------------|
| 2530 | -2    | 1     | 4       | 0          | 0              |
| 2532 | -1    | 2     | 1       | 0.301      | -0.301         |
| 2534 | 0     | 4     | 0       | 0.602      | 0              |
| 2536 | 1     | 8     | 1       | 0.903      | 0.903          |
| 2538 | 2     | 10    | 4       | 1          | 2              |
|      | 0     |       | 10      | 2.806      | 2.602          |

แทนค่า จะได้  $2.806 = 0 + 5 \log a$

$$0.5612 = \log a$$

และ  $2.602 = 10 \log b$

$$0.2602 = \log b$$

สมการทั่วไปคือ  $\log y = 0.5612 + 0.2602x$

$$\text{ในปี 2542 } x = 14, \log y = 0.5612 + 0.2602(14) = 4.204$$

$$y = 15995.58$$

ในปี 2542 ตำบลนี้มีประชากรประมาณ 15,995,580 คน